

付属資料2 .

中央教育審議会への意見書

平成17年10月17日

中央教育審議会 会長
鳥居 泰彦 殿

社団法人 日本数学会
理事長 小島定吉

教育課程の改訂について

現在中央教育審議会では検討中の教育課程の改定について、算数・数学の教育に深い関心を持つ社団法人日本数学会として、意見を述べさせていただきます。

中央教育審議会 初等中等教育分科会 教育課程部会での検討の参考にして頂ければ幸いです。

目次

- 0 . はじめに
- 1 . 算数・数学教育のカリキュラムの変遷
- 2 . 算数・数学が育てる論理性とは
- 3 . 論理的に考え、表現する力を段階的に育む工夫の必要性
- 4 . 経験と論理のバランスのとれた教育
- 5 . 図形に関する感覚を磨く
- 6 . 学年・単元が目指すことをわかりやすく伝える
- 7 . 授業時間の確保

はじめに

2003年3月に、数学会もそのメンバーを出している日本学術会議数学研究連絡委員会は、全国の数学者・数学教育関係者に小学校から大学までの算数・数学のカリキュラムづくりに参加を呼びかける文書「**算数・数学はなぜ学校教育に必要なのか**」(別添)を発表した。

社会生活を営む上で数と図形と言語が必須のものであること、数感覚がないと生活に困ること、数学が科学を記述する言葉であること、数学が人類の文化的英知の結晶であること、数学の問題を解く楽しさ、論理的思考の重要性、数学の抽象化手法の重要性などなど、学校教育における数学の必要性はこの文書に述べられていることで基本的に尽きていると考えている。日本数学会は、この文書を全面的に支持する。

しかしながら、次の2点から「**算数・数学はなぜ学校教育に必要なのか**」を補完する文書を発表することにした。

一つには、「**算数・数学はなぜ学校教育に必要なのか**」は、数学者・数学教育者等、関係者に向けて書かれたものであったという点にある。数学の関係者以外の方にも、数学教育の果たしている役割を知って、その必要性を認識していただくこと、また、その望ましい形はいかにあるべきか、そしてそれを遂行するために必要なことは何なのかをご理解いただくことが重要と考えた。

もう一つには、「**算数・数学はなぜ学校教育に必要なのか**」が提起されてから2年半が経過し、状況が少なからず変わったという点にある。文部科学大臣の学力低下懸念のコメントをはじめとして、基礎学力の充実の必要性については多くの方の賛同を得るようになった。しかし、百マス計算の流行は、計算力軽視に歯止めをかけた点で評価できるものの、「算数教育は計算力の向上

のみを目的とするものだ」という誤解を招きかねないと懸念している。先ごろ発表された教育課程実施状況調査では、計算力等で回復が見られたものの、少し込み入った問題には落ち込みすら見えた。そこで、計算のみならず論理的な思考の重要性を知っていただく文書が必要と考えた。

さらに、相次いで発表されたTIMSS、PISAの結果では、以下の懸念すべき特徴が見られた。

1. 両調査で共通して、少しでも複雑な問題の回答に無答が目立つ。
2. TIMSSの「数学の勉強への積極性」の高いレベルの回答では、17%で平均値55%に比べると38ポイントも下回っている。
3. 両調査の「数学が将来自分の仕事に役に立つか」という種類の各設問へのYESの回答が国際平均値が70%台なのに、日本の子どもたちは若干回復基調はあるものの40%台という惨状を示している。

このような状況は、早急に改善すべきであろう。そのために、日本数学会は関係各方面と協力してきた¹。今後も力を尽くしていく決意である。また、メンバー一同は、子どもたちの未来のために、是非よりよい教育を受けさせたいと考えている。そのために、その基礎となる算数・数学教育の授業時数を確保し、しっかりと余裕を持って受けられるように、関係各方面のご指導・ご援助をいただきたいと切に願っている。

算数・数学教育のカリキュラムの変遷

戦後、算数・数学（以下、単に数学）教育はさまざまな意見によって、あるときには実用面を強調した教育、またあるときには抽象性や系統性を強調した教育の間をめぐりしつくり動いてきた。ここで振り返っておくと、現在数学教育を検討する立場にある40代と50代の日本人が受けてきた数学教育では、当時の経済高度成長、理工系ブームを背景にいわゆる「数学の現代化」が行われた。数学の現代化に関しては、さまざまな批判があるものの、特に中学校において非常に高度な数学教育が行われた。

数学の好き嫌い、また数学で苦労してきたかどうかにはよらず、若い時代に抽象性・論理性を繰り返し学んだ経験によって彼らが得た能力には無視できないものがある。たとえば、社会科学の対象を見て「AにはXという構造がある。それは、見かけはまったく別であるBにも共通している構造である」というような理解は数学でいうところの同型性の発見でかなり高度な能力であろう。このような能力は自然に獲得しうるものではない。同様に問題文の意図を読み取り論点を箇条書きにする能力、ミスを自ら発見して正しく訂正する能力なども一定の訓練を経ずしては身につけにくい能力である。

人は意識せずに身につけ、日々活用している能力については、特段の教育なしに自然に獲得できるものと誤解しやすい。しかし、そのような思い込みに基づいてカリキュラムを編成しては決断を誤る。新たな能力の獲得だけに腐心するのではなく、揺るがしにしてはならない基本的な能力の維持・向上にも十分な検討が行われることを強く望む。

算数・数学が育てる論理性とは

算数・数学（以下、単に数学）を通じて子どもたちに身につけてほしい力として重要なものは論理的に考え、表現する思考力である。

一部には、論理的な思考力や表現力は、国語を通じて、またディベート活動を導入することによって培うべしとの意見がある。しかしながら、数学を通じて培うべき論理的な思考力・表現力と弁論術は本質的に異なる。なぜなら、数学を通じて育てるのは、他ではなく、むしろ自らに対する批判精神だからである。自分が書いた答案を客観的に眺めて、自分の間違いに気づき、それを訂正する、ということを経繰り返して練習することができる科目は数学を他にはない。こうした活動を通じて、子どもたちには、たとえ間違っただとしても、なぜ間違っているのかを考える

¹数学会は、理科大好きプランに全面的に協力し、また独自にボランティアによる出前授業も行っている。また数学会は理数系学会教育問題連絡会にも参加協同している。さらに、数学会のメンバー有志は、「学習内容と日常生活との関連性の研究 - 学習内容と日常生活、産業・社会・人間とに関連した題材の開発 - (下記URL)」にも参加した。

http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku/siryu/05070801.htm

ことによって、より深い理解が得られる、ということを読んでほしい。そして、急いであいまいなまま結論を急ごうとすれば誤る、ということを読んでほしい。

数学には、正しいものは正しく、間違っただけは間違っているという厳しさがある。この厳しさが子どもたちにとって精神的な負担である、という指摘もある。しかし、問題はむしろ、練習問題の答えが間違っているということ、自分が否定されたかのごとくに子どもたちが受け止めてしまうような教育のあり方にある。まるで数学ができることが頭の良いことであるかのような言説は固く戒めるべきである。また、こうした誤った厳しさによって数学嫌いを生み出した過去の一部の数学教育については十分に反省すべきである。

論理的に考え、表現する力を段階的に育む工夫の必要性

個性や自主とは、それぞれがわがままかってに判断し、思いつきを声高に主張することではない。自分の考えを論理的にまとめ、誰が聞いてももっともだと思われるように筋道を立てた上で行動をすることである。特に、他者が理解し、共感できるような工夫をしながら論理的に表現する力を育てることは、子どもたち自身の幸せのためにも重要である。ただし、数学が論理に基づく学問であるからといって、これを漫然と学ぶことだけで論理的な態度が身につくものではない。小学校高学年から発達段階に応じて段階的にこれらの力を身につけていくための教える側の工夫と熱意が不可欠となる。

たとえば、小学校では次のような活動が考えられよう。ひとつには、文章題に対して式を書くときに、「なぜこのような式を立てたか」「どうしてこの式で正しいか」の簡単な説明を書く活動である。ここで、説明をする際には、「だから(よって)、...になる」「なぜなら、...だから」というような表現のよさがわかる指導が望ましい。式を書くことができれば、理由はおのずとわかっているはず、と思うのは大人の油断であって、子どもたちの少なからぬ者が、「現在習っているのはわり算だから、わり算の式にすればよいだろう」という考えから式を立てているという実態がある。類似の活動として、文章題に対する間違っただけの式に対して、「なぜ間違っているか」を説明するような活動もよい。

第二に、場合わけを行ったり、それを整理し、チェックしたりする活動がある。子どもたちの間で、宿題やテストを自分でチェックしたり、見直して間違いを直したりする能力が低下しているのは、憂慮すべきことである。社会のセーフティクリティカルな(故障が生命又は健康に脅威を及ぼす)システムにおいて、最終的なチェックが人間にゆだねられているのであれば、チェックをし、間違いに気づき、訂正をする能力は社会の安全のために不可欠である。

このような基礎的な論理力を小学校で身につけた上で、中学校ではより系統だった論証の力を身につけていくことが望ましい。特に、既習の事柄と新しく習った事柄との関連を理解し、そこから性質を抽出できる力を身につけてほしい。

たとえば、正負の数を学んだあとに「かけ算とわり算の性質について箇条書きにしてみよう」とか、「 $(-1) \times (-1) = (-1)$ としては不都合である理由を考えよう」、あるいは、「どんな数でも0で割ることができないのは、なぜであろうか。わり算はかけ算の逆算であることを用いて、そのわけを説明してみよう」といった課題を与えることで、単元をより深く理解することが可能になるであろう。あるいは、奇数・偶数・素数などを素材に、簡単な性質(偶数と偶数をたすと偶数になる、偶数と奇数をたすと奇数になる、など)を定理の形で表現し、証明を書くといった活動も有意義であろうし、そうした活動から発見された誤った定理を検討させ、そのことに関する反例を見つける、といったことも意義深い。

このような活動を通じて、論理的に考え、表現する態度が身についたなら、同じ幾何の証明問題に対しても、より血が通った取り組みが可能となるであろうし、高校に進んだあと、論理や数学的帰納法に接したときにも、その抽象性を負担に感じるのではなく、その簡潔さや有用性を前向きに捉えることができるであろう。

経験と論理のバランスのとれた教育

現行のいわゆる「ゆとり教育」において、考える力、論理力の育成に重きがおかれているのは結構なことである。しかしながら、考える力、特に演繹的な理解、全体を俯瞰した理解が可能と

なるための下地作りも同時に行わなければ、見かけだけの力に留まってしまい、かえって子どもたちにつけるはずだった「生きる力」を損なう恐れがある。

たとえば、計算の仕組みを論理的に理解すれば、実際の計算は軽々と実行できるだろうか。そうではない。これは、料理の本を読み理解できる能力が、おいしい料理を作る技術や、食文化への深い理解を保証しないのと同じことである。豊富な経験があって初めて知識に血が通うのである。

一方で、漫然と同じ技術を繰り返し実行することが、仕組みへの理解を自動的に育むわけでもない。計算に関する特殊な技能を持つものが、必ずしも計算の仕組みを理解しているわけではないことがその証であろう。大切なのは、実践が理解を促し、また理解を通じて実践の有用さを実感する、というバランスのとれた教育がなされることである。

また、「計算力の低下」が言われ、小学校における繰り返し計算を奨励する意見が喧しいが、計算は小学校のみに限ったこと、という誤解が同時に広がっていることには警鐘を鳴らしておきたい。中学校に入り、演算の範囲が負の数に拡張され、また平方根など新しい演算が導入されるたびに、今まで習った事柄と組み合わせる折々に適切に計算の演習を行い、小学校時代に身につけた基本的な計算力を保持し、高めていくことが望まれる。

さらには、計算の実行だけでなく、数の大小やおおよその値、見積もりなどの活動を通じて、数の感覚を適切に養う必要がある。計算や数量的な処理に慣れ親しんでいけば、数を扱って考えるということが苦ではなくなる。一方、計算にあまりに時間がかかると、数を用いて見積もったり、それに基づいて考えたりすることが億劫になる。

計算などは電卓やコンピュータが代替するので、いまさら、数感覚など養う必要がない、という意見が一部にある。しかし、社会の安全を脅かすセーフティクリティカルなシステムに関する事故の多くが、実は最終的に管理を行っている人間の数感覚の欠如に起因していることが少なくないことを見ると、この意見は浅薄に過ぎるといえよう。

近年、理工系の大学生の間にもコンピュータによるシミュレーション結果を過信する傾向がある。現実の実験結果としてはありえないような数値を報告しても気がつかないケースが多いことは、憂慮すべきことではないだろうか。

図形に関する感覚を磨く

他の先進国と比較して、現在の技術立国日本を支えてきた労働者に共通した資質は、働くことに関する倫理観と具体的な数学に関する能力であるといわれている。計算力については言うに及ばず、特殊な金型や集積回路の設計など空間や図形に関する卓越した感覚が日本の国際競争力を支えてきたという側面を見逃してはならない。

振り返って、現代の子どもたちを見たときに、たとえば、空間を充填する、といった課題、対象の三面図を書くといった課題についての達成能力がひどく落ち込んでいることに気づく。工学部希望の学生であっても、見取り図がかけないものが少なくない。これは、大変憂慮すべき問題である。

コンピュータゲームの普及によって、子どもたちが3Dに慣れ親しんでいることから、三次元の対象を二次元で表現したりすることは得意なのではないか、と想像しがちであるが、それは事実ではない。特に、小学校の図画工作の時間から、実際に存在する対象を描くという課題(写生、静物画)や、正確に何かを組み立てるといった課題が激減していることを強く憂慮する。子どもたちにある科目の楽しさを体験させる、ということでカリキュラムを変更した結果、本来子どもが身につけるべき能力を学ぶ機会を失わせている、ということがありうることに、十分な注意を払うべきである。

子どもたちは学校において、ある特定の科目だけを学んでいるのではない。それらを総合して学んでいくのである。

学年・単元が目指すことをわかりやすく伝える

数学は系統的に積み上げることが基本の教科であり、そのため、一度わからなくなると何もかもがわからなくなり、授業全体を無味乾燥に感じる子どもが少なくない、という意見がある。そ

の対策として、基礎基本だけを厳選して教え、またアラカルト方式を進めて、生徒自身が興味を持った単元を選択する、といったことが試みられた。

しかしながら、これによって数学に落ちこぼれる生徒をなくすことはできなかった。また、自らが選択した数学の単元について開拓していこう、という意欲を持つ生徒が増加したわけでもなかった。むしろ、どの単元に関しても定式化された基本問題を暗記によって解くことはできるが、それを実問題に応用するまでの技術を得ることができないため、数学の有用性を実感できない生徒が増えたことは憂慮すべきことである。

むしろ、重要なのは意味のある問題に応用したり解決したりすることができるまで、理解や技術を高めるための指導であろう。また、折に触れて、学ぶ単元で身につけるべき能力が何か、そうした能力はどのように有用であるか、また将来学ぶことにどのように結びついていくか、を伝えることを通じて、学ぶ側のモチベーションを高めることではないだろうか。

現在発行されている小中学校教科書の中で、学ぼうとしている単元の意図を伝える工夫を凝らしている。単元が目指すところだけでなく、学びの区切りごとに、数学によって身につけるべき力がどのようなものであるか、わかりやすく伝えていく努力が一層必要である。また、学ぼうとする単元と既修の単元との関連を折々に示し、これによって既習単元の復習の重要性を認識させる必要がある。特に、抽象性が高まり、学ぶスピードがアップする高等学校の指導において、そのことが望まれる。

数学の有用性については、高等学校で、行列がコンピュータグラフィックとどのような関連があるか、論理が法律における判断やコンピュータプログラムとどのような関連があるか、また微分積分が経済分析を支えている様子などを、将来の進路に関連する形で伝えることが必要であろう。特に、いわゆる「文系」においても数学で身につけた能力が直接的・間接的にいかに有効であるかを伝えていく必要がある。

一方で、小学校や中学校1,2年生においては、有用性を将来の進路に結びつけて考えるには無理がある。なぜなら、経験や知見がごく限られている子どもに対して、「将来 〇〇に有利であるから、これを学ぶように」といった指導をしては、目先の利益に走る子どもを育てる危険性が大きいからである。むしろ、こうした子どもたちに対しては、日々の生活をよくするために数学で学んだことが有用であることを実感させたい。

たとえば、こづかいや夏休みの自由時間を意義深く使うために、計画や見積もりが必要であること、工作をするときに正しく作図をするときれいな作品が作れること、正しく計量するとおいしい料理が作れること、などはそのごく一例である。

現在、図画工作や技術・家庭科において教材が予め適当な大きさに裁断されていたり、型紙が与えられていたりする。他にも、子どもたちが工夫をする余地のない教材がはびこっている。これによって、正しい計算や工夫のよさを子供たちが実感しにくくなっていることは非常に憂慮すべきことだと考える。

授業時間の確保

以上で述べてきたようなバランスが取れた、真にゆとりのある数学教育を実行するには、教師の熱意や工夫、教科書の充実にもまして重要なのが、時間数の確保である。

現行の指導要領では、教育内容の厳選の名の下に最も基本的な概念説明と初歩的な練習問題以外の部分が削られてしまった。例題の多くが、答えが自然数となるように設定されていて、現実と乖離している。

たとえば、「30円のみかんを5個買ったらいくらになるか」といった問題さえやっておけば「28円のみかんを11個買うといくらになるか」という問題も解けるようになるはずだが、実際はそうではない。ましてや、より複雑な現実的な問題(複数の商品を買って、消費税を支払う)では、手も足も出なくなっている。教育内容を基本的で簡単な問題に限ったために、かえって数学の有用性を子どもたちが認識しにくくなるという弊害が起こったのではないだろうか。

これは、発展的な問題をコラムなどの形式で教科書に記載することでは抜本的な解決になりえない。なぜなら、現状の授業時間数では、基本的な概念説明と基本的な例題にあたるだけで精一杯だからである。

実地の経験と概念的・包括的な理解を單元ごとにバランスよく配置し、また折々に既習の単元を振り返り、総括するには、小・中・高すべての段階で算数・数学の授業時間を増やすことが必要である。たとえば、どれほど少なく見積もっても、中学校3年間を通じて、毎週4時間は必要である。

さらに総合的な学習の時間を活用して、数学が有用であることを実感するような活動が行われることを希望する。たとえば、指数を使って経済の変化を表し、物価の変動と石油価格の変動の関係を調べる、といった活動、測量を行って学校の案内図を作成する、といった活動が挙げられる。これらの活動は実際にかつて数学の授業の中で行われ、科目間の関連を子どもたちに理解させる良い教材であった。

すべての子どもがそれぞれのあり方において数学の有用性について実感することは、実際に学校で数学を学んでいる子どもにとって幸いなことである。日本数学会では、2003年3月の日本学術会議数学研究連絡委員会の呼びかけに応じて、今後一層活気ある数学教育創造のために努力していく決意である。